



**Olimpiada Națională de matematică
Etapă locală - 20 februarie 2015**

Clasa a V-a

1. Determinați numărul natural de două cifre, scris în baza 10, care, împărțit la răsturnatul său, dă câtul 2 și restul 15.

SGM 2014

2. Se consideră numerele $A = 2 + 4 + \dots + 2014$ și $B = 1 + 3 + \dots + 2015$.
- a) Stabiliți care dintre cele două numere este mai mare.
- b) Arătați că între numerele A și B nu se găsește pătratul nici unui număr natural.

- 3.
- a) Calculați produsul $a \cdot b \cdot c$ știind că $\overline{abc} + \overline{abc}2 = 2015$.
- b) Determinați restul împărțirii numărului $N = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2014 + 2013$ la 2015.

4. Doi elevi au șapte cartonașe albe numerotate de la 1 la 7 și șapte cartonașe roșii numerotate de la 1 la 7. Stabiliți dacă cei doi elevi pot forma perechi din câte un cartonaș alb și unul roșu, astfel încât sumele obținute adunând numerele scrise pe cartonașele din fiecare pereche să fie șapte numere naturale consecutive.

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore din momentul primirii subiectului.



Olimpiada Națională de matematică
Etapă locală - 20 februarie 2015

Clasa a VI-a

1. Să se determine cel mai mic număr natural nenul n pentru care $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n}{6^6}$ este număr natural. SGM 2014

2. (i) Demonstrați că numerele de forma \overline{aaaaaa} sunt divizibile cu 7, unde $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;
(ii) Demonstrați că numărul $\overline{1 \dots 12 \dots 23 \dots 9 \dots 9}$ este divizibil cu 7, știind că fiecare cifră de la 1 la 9 apare de 12 ori. SGM 2014

3. Fie ABC un triunghi isoscel cu baza $[BC]$, D mijlocul laturii $[AB]$, E mijlocul laturii $[AC]$. Pe semidreapta (BE) se consideră punctul P astfel încât $[AP] = [AB]$, iar punctul F este mijlocul segmentului $[AP]$. Demonstrați că:
(i) $[BE] = [CD]$;
(ii) $CD + CF = BP$.

4. Se consideră 300 de puncte coliniare. Trei copii colorează aceste puncte după cum urmează. Primul copil colorează cu verde primele trei puncte, apoi sare peste unul, apoi iar colorează următoarele trei și iar sare peste unul și așa mai departe până la finalul celor 300 de puncte. Al doilea copil realizează de la început o recolorare asemănătoare, dar cu albastru și colorează primele patru puncte, apoi sare unul, și iar următoarele patru și sare peste unul etc. Al treilea copil recolorează cu maro câte cinci puncte și sare peste unul și apoi următoarele cinci etc. Câte puncte au rămas la final necolorate? SGM 2014

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore din momentul primirii subiectului.